

Распространение радиоволн КВ диапазона на арктических радиотрассах при различных геофизических условиях.

**Мингалев И.В.¹ , Суворова З.В.¹ , Мерзлый А.М.² ,
Мингалев В.С.¹**

1. Полярный геофизический институт (ПГИ)

2. Институт космических исследований (ИКИ)

В работе изложено краткое описание модели для расчета лучевых траекторий коротких радиоволн и поглощения этих волн на траекториях.

Разработаны два комплекса программ

- 1) Комплекс, предназначенный для расчета параметров радиосвязи в заданном интервале частот в КВ диапазоне между двумя заданными точками в заданный момент времени и при заданных геофизических условиях.
- 2) Комплекс, предназначенный для расчета области на поверхности Земли, в которой доступна радиосвязь на заданной частоте в КВ диапазоне с заданной точкой на поверхности Земли в заданный момент времени и при заданных геофизических условиях.

Квадрат плазменной частоты электронов и частоты их столкновений с нейтральными частицами в ионосфере Земли рассчитываются с помощью эмпирических моделей IRI-2016 и NRLMSISE-00 в узлах заданной пространственной сетки.

Первый существенный недостаток модели IRI-2016 заключается в том, что она выдаваемые ей вертикальные профили электронной концентрации на высотах 110-140 км часто имеют физически некорректное поведение и разрыв на высоте 140 км (выше 140 км модель IRI-2016 выдает гладкие и физически корректные профили). Для устранения этого недостатка используется следующая правка выдаваемых моделью вертикальных профилей электронной концентрации, которые рассчитываются на равномерной сетке по высоте с шагом 200 м. Численно определяется высота максимума электронной концентрации в E-слое h_{\max} (она находится в интервале высот от 90 до 120 км). Затем в интервале высот от h_{\max} до 140 км электронная концентрация $n_e(h)$ задается по формуле

$$n_e(h) = [n_e(h_{\max})]^{1-\alpha(h)} \cdot [n_e(h_1) \cdot (n_e(h_1) / n_e(h_2))^{\beta(h)}]^{\alpha(h)}, \quad (1)$$

в которой $\alpha(h) = ((h - h_{\max}) / (h_1 - h_{\max}))^2 (2 - (h - h_{\max}) / (h_1 - h_{\max}))^2$,
 $h_1 = 140,2$ км, $h_2 = 140,4$ км, $\beta(h) = (h_1 - h) / \Delta h$, $\Delta h = 0,2$ км.

Формула (1) обеспечивает гладкое соединение профиля в F-слое ионосферы с профилем ниже высоты максимума электронной концентрации в E-слое.

Второй существенный недостаток заключается в том, что модель IRI-2016 дает нефизические разрывы в значениях концентрации электронов в горизонтальных направлениях. Для устранения этого недостатка производится фильтрация (сглаживание) по широте и долготе рассчитанного распределения квадрата плазменной частоты электронов $\omega_{\text{плазм}}^2$.

Дисперсионное уравнение для показателя преломления

Вектор напряженности электрического поля плоской монохроматической волны в однородной магнитоактивной плазме запишем в виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp\left[i(\omega t - k_0 n(\mathbf{l}, \mathbf{r}))\right], \quad (1)$$

где \mathbf{E}_0 - комплексная амплитуда волны, $k_0 = \omega / c_0$ - волновое число, ω - циклическая частота волны, c_0 - скорость света в вакууме, c - фазовая скорость плоской волны с частотой ω в рассматриваемой точке среды, $n = c / c_0$ - показатель преломления, \mathbf{l} - единичный вектор волновой нормали, \mathbf{r} - радиус-вектор, проведенный из начала координат в точку наблюдения, t - время. Аналогично записывается выражение для напряженности магнитного поля волны.

Уравнения Максвелла для монохроматических волн в системе СИ имеют вид:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -ik_0 \mathbf{H}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = ik_0 \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(\omega) \mathbf{E}. \quad (2)$$

Здесь $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ - тензор комплексной диэлектрической проницаемости плазмы. В декартовой системе координат с осью Z , ориентированной вдоль внешнего магнитного поля $\mathbf{B}_{\text{внеш}}$, этот тензор имеет вид:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad \text{где } \varepsilon_{\perp} = 1 - \frac{\omega_p^2 (\omega - iv_e)}{\left[(\omega - iv_e)^2 - \omega_H^2 \right] \omega},$$

$$g = \frac{\omega_p^2 \omega_H}{\left[(\omega - iv_e)^2 - \omega_H^2 \right] \omega}, \quad \varepsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - iv_e) \omega},$$

$\omega_p^2 = e^2 N_e / m_e \varepsilon_0$ - квадрат плазменной частоты, e и m_e - заряд и масса электрона, N_e - концентрация электронов в плазме, $\omega_H = e |\mathbf{B}_{внеш}}| / m_e$ - гирочастота электронов, ν_e - эффективная частота соударений электронов с другими частицами.

В результате подстановки выражения (1) в уравнения Максвелла (2) получается система однородных алгебраических уравнений для компонент вектора \mathbf{E}_0 :

$$\begin{aligned}
 (n^2 \cos^2 \theta - \varepsilon_{\perp}) E_{0x} + i g E_{0y} - n^2 \sin \theta \cos \theta E_{0z} &= 0, \\
 -i g E_{0x} + (n^2 - \varepsilon_{\perp}) E_{0y} &= 0, \\
 -n^2 \sin \theta \cos \theta E_{0x} + (n^2 \sin^2 \theta - \varepsilon_{\parallel}) E_{0z} &= 0.
 \end{aligned}$$

Здесь θ - угол между \mathbf{l} и \mathbf{b} , $\cos \theta = (\mathbf{b}, \mathbf{l})$. Данная система имеет нетривиальные решения, если ее детерминант равен нулю.

Отсюда следует дисперсионное биквадратное уравнение для показателя преломления среды

$$An^4 + Bn^2 + C = 0,$$

в котором использованы обозначения $A = \varepsilon_{\perp} (1 - \cos^2 \theta) + \varepsilon_{\square} \cos^2 \theta$,
 $B = -\varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\square} (1 + \cos^2 \theta) - (\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)(1 - \cos^2 \theta)$, $C = \varepsilon_{\square} (\varepsilon_{\perp}^2 - g^2)$.

Это уравнение определяет два решения для двух волновых мод (обыкновенная - лево поляризованная, необыкновенная - право поляризованная). Решение дисперсионного уравнения

можно представить в виде $n = \left[\frac{-B \pm D}{2A} \right]^{1/2}$, где $D = \sqrt{B^2 - 4AC}$,

или
$$n_{эф}^2(\omega, \cos \theta) = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = (n_g + i n_k)^2$$

Для описания распространения коротких волн в ионосферной плазме применимо приближение геометрической оптики, когда характерный масштаб изменения параметров среды намного превышает длину волны и волна считается квазиплоской. Представим электрическое и магнитное поля через эйконал в виде рядов Дебая:

$$\mathbf{E} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\mathbf{E}_m}{(ik_0)^m} e^{ik_0\psi}, \quad \mathbf{H} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\mathbf{H}_m}{(ik_0)^m} e^{ik_0\psi},$$

где $k_0\psi$ - фаза, ψ - эйконал, \mathbf{E}_m - амплитуда m -го приближения.

Эти ряды являются асимптотическими. В приближении геометрической оптики в разложении оставляют только первый член разложения. Таким образом, в нулевом приближении получается уравнение эйконала для волн в анизотропной плазме:

$$(\nabla\psi)^2 = n^2.$$

Уравнения для луча:
$$\frac{dr}{d\tau} = \mathbf{p} - \frac{1}{2} \vec{\nabla}_p (n_g^2), \quad \frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = \frac{1}{2} \vec{\nabla}_r (n_g^2).$$

Обозначим через $u = \cos \theta = (\mathbf{b}, \mathbf{l})$, $w = u^2$, $\frac{\partial w}{\partial u} = 2u$.

Преобразуем выражение для $\frac{1}{2} \vec{\nabla}_p (n_g^2) = \frac{1}{2} \frac{\partial (n_g^2)}{\partial \mathbf{p}}$:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial (n_g^2)}{\partial \mathbf{p}} = n_g \frac{\partial n_g}{\partial \mathbf{p}} = n_g \frac{\partial n_g}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{p}} = 2u n_g \frac{\partial n_g}{\partial w} (\mathbf{b} - \mathbf{l}u) \frac{1}{n_g} = 2u (\mathbf{b} - \mathbf{l}u) \operatorname{Re} \left(\frac{\partial n}{\partial w} \right),$$

$$\frac{\partial n}{\partial w} = \frac{1}{4nA} \left(-F \pm \frac{1}{D} \left(BF + 2C \frac{\partial A}{\partial w} \right) \right), \quad D = \sqrt{B^2 - 4AC}, \quad F = \frac{\partial B}{\partial w} - \frac{B}{A} \frac{\partial A}{\partial w}.$$

Отметим, что вычисления в приведенных выше формулах лучше проводить в комплексном виде, а затем выделять вещественную часть.

Численное решение уравнения эйконала

Для численного интегрирования системы уравнений эйконала используется явная схема Рунге-Кутты 4-го порядка точности с коррекцией гамильтониана на каждом шаге траектории. Особенностью используемой нами схемы является расчет компонент градиента в декартовых координатах, при этом параметры среды задаются на сетке в сферической системе координат. Такой подход позволяет избежать накопления дополнительной погрешности, которая непременно возникала бы при расчете траектории в сферической системе координат вследствие большего количества вычислительных операций (вычисление коэффициентов Ламе, более громоздкие уравнения с большим количеством слагаемых и т.д.).

Для изложения схемы рассмотрим запись исходных уравнений в виде:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix}, \quad \frac{d\mathbf{Q}}{d\tau} = \mathbf{f}(\mathbf{Q}) = \begin{pmatrix} \mathbf{p} + \mathbf{q}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \end{pmatrix}, \quad \text{где } \mathbf{q} = -\frac{1}{2} \vec{\nabla}_{\mathbf{p}}(n_{\epsilon}^2), \quad \mathbf{g} = \frac{1}{2} \vec{\nabla}_{\mathbf{r}}(n_{\epsilon}^2)$$

После задания начальных условий известны $\mathbf{r}(\tau_n) = \mathbf{r}^n$, $\mathbf{p}(\tau_n) = \mathbf{p}^n$, $\mathbf{q}(\tau_n) = \mathbf{q}^n$, где $\tau_n = n \cdot \Delta\tau$.

Запишем схему послойного перехода:

1) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{r}, \mathbf{p} на полуцелом

$$\text{шаге в нулевом приближении: } \mathbf{r}^{n+1/2(0)} = \mathbf{r}^n + \frac{\Delta\tau}{2} \cdot (\mathbf{p}^n + \mathbf{q}^n),$$

$$\mathbf{p}^{n+1/2(0)} = \mathbf{p}^n + \frac{\Delta\tau}{2} \cdot \mathbf{g}(\mathbf{r}^n, \mathbf{p}^n) = \mathbf{p}^n + \frac{\Delta\tau}{2} \cdot \mathbf{g}^n$$

2) Проводим правку $\mathbf{p}^{n+1/2(0)} = n_{\epsilon} \left(\mathbf{r}^{n+1/2(0)} \right) \cdot \frac{\mathbf{p}^{n+1/2(0)}}{|\mathbf{p}^{n+1/2(0)}|}$

3) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{q}, \mathbf{g} на полуцелом шаге в нулевом приближении:

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}^{n+1/2(0)}, \mathbf{p}^{n+1/2(0)}) = \mathbf{q}^{n+1/2(0)}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{r}^{n+1/2(0)}, \mathbf{p}^{n+1/2(0)}) = \mathbf{g}^{n+1/2(0)}$$

4) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{r}, \mathbf{p} на полуцелом шаге в первом приближении: $\mathbf{r}^{n+1/2(1)} = \mathbf{r}^n + \frac{\Delta\tau}{2} \cdot (\mathbf{p}^{n+1/2(0)} + \mathbf{q}^{n+1/2(0)})$,

$$\mathbf{p}^{n+1/2(1)} = \mathbf{p}^n + \frac{\Delta\tau}{2} \cdot \mathbf{g}^{n+1/2(0)}$$

5) Проводим коррекцию $\mathbf{p}^{n+1/2(1)} = n_e(\mathbf{r}^{n+1/2(1)}) \cdot \frac{\mathbf{p}^{n+1/2(1)}}{|\mathbf{p}^{n+1/2(1)}|}$

6) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{q}, \mathbf{g} на полуцелом шаге в первом приближении:

$$\mathbf{q}^{n+1/2(1)} = \mathbf{q}(\mathbf{r}^{n+1/2(1)}, \mathbf{p}^{n+1/2(1)}), \quad \mathbf{g}^{n+1/2(1)} = \mathbf{g}(\mathbf{r}^{n+1/2(1)}, \mathbf{p}^{n+1/2(1)})$$

7) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{r}, \mathbf{p} на полуцелом шаге во втором приближении:

$$\mathbf{r}^{n+1/2(2)} = \mathbf{r}^n + \frac{\Delta\tau}{2} \cdot (\mathbf{p}^{n+1/2(1)} + \mathbf{q}^{n+1/2(1)}) , \quad \mathbf{p}^{n+1/2(2)} = \mathbf{p}^n + \frac{\Delta\tau}{2} \cdot \mathbf{g}^{n+1/2(1)}$$

8) Проводим коррекцию $\mathbf{p}^{n+1/2(2)} = n_g \left(\mathbf{r}^{n+1/2(2)} \right) \cdot \frac{\mathbf{p}^{n+1/2(2)}}{|\mathbf{p}^{n+1/2(2)}|}$

9) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{q}, \mathbf{g} на полуцелом шаге во втором приближении:

$$\mathbf{q}^{n+1/2(2)} = \mathbf{q} \left(\mathbf{r}^{n+1/2(2)} , \mathbf{p}^{n+1/2(2)} \right) , \quad \mathbf{g}^{n+1/2(2)} = \mathbf{g} \left(\mathbf{r}^{n+1/2(2)} , \mathbf{p}^{n+1/2(2)} \right)$$

10) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{r}, \mathbf{p} на целом шаге в нулевом приближении: $\mathbf{r}^{n+1(0)} = \mathbf{r}^n + \Delta\tau \cdot (\mathbf{p}^{n+1/2(2)} + \mathbf{q}^{n+1/2(2)}) ,$

$$\mathbf{p}^{n+1(0)} = \mathbf{p}^n + \Delta\tau \cdot \mathbf{g}^{n+1/2(2)}$$

11) Коррекция $\mathbf{p}^{n+1(0)} = n_g \left(\mathbf{r}^{n+1(0)} \right) \cdot \frac{\mathbf{p}^{n+1(0)}}{|\mathbf{p}^{n+1(0)}|}$

12) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{q}, \mathbf{g} на целом шаге в нулевом приближении: $\mathbf{q}^{n+1(0)} = \mathbf{q}(\mathbf{r}^{n+1(0)}, \mathbf{p}^{n+1(0)})$,

$$\mathbf{g}^{n+1(0)} = \mathbf{g}(\mathbf{r}^{n+1(0)}, \mathbf{p}^{n+1(0)})$$

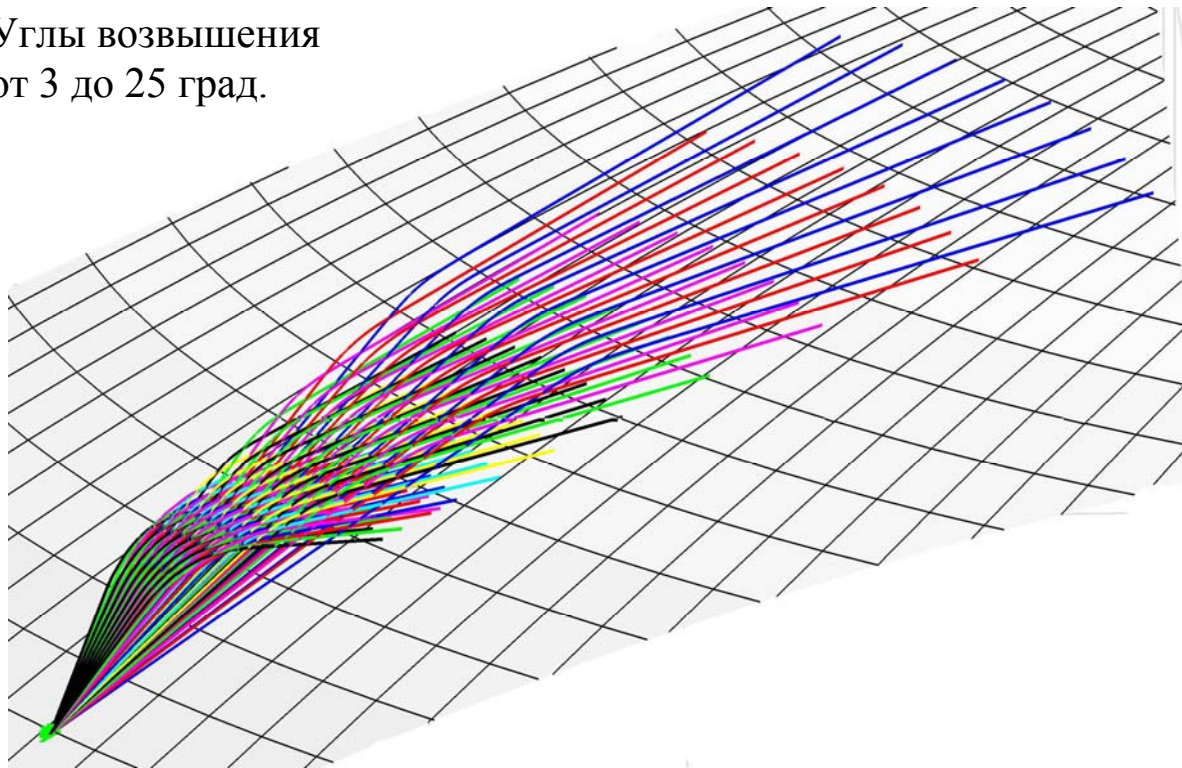
13) Вычисляем декартовы координаты векторов \mathbf{r}, \mathbf{p} на целом шаге:

$$\mathbf{r}^{n+1} = \mathbf{r}^n + \frac{\Delta\tau}{6} \cdot (\mathbf{p}^n + \mathbf{q}^n + 4 \cdot (\mathbf{p}^{n+1/2(2)} + \mathbf{q}^{n+1/2(2)}) + \mathbf{p}^{n+1(0)} + \mathbf{q}^{n+1(0)}) ,$$

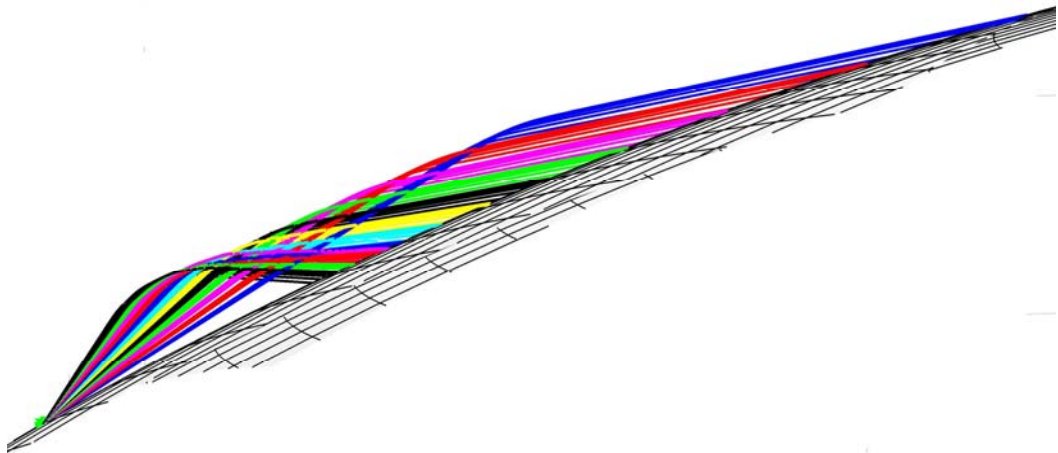
$$\mathbf{p}^{n+1} = \mathbf{p}^n + \frac{\Delta\tau}{6} \cdot (\mathbf{g}^n + 4 \cdot \mathbf{g}^{n+1/2(2)} + \mathbf{g}^{n+1(0)})$$

14) Коррекция $\mathbf{p}^{n+1} = n_s(\mathbf{r}^{n+1}) \cdot \frac{\mathbf{p}^{n+1}}{|\mathbf{p}^{n+1}|}$.

Углы возвышения
от 3 до 25 град.



Траектории лучей на частоте 3 МГц, выпущенных из СПб на север для даты 28.08.2018, UT=00:00, $A_p=5$, $F_{10.7}=70$.



Эти же траектории с другого ракурса