Прямые и обратный задачи спектроскопического зондирования атмосферы Земли с высоким спектральным разрешением

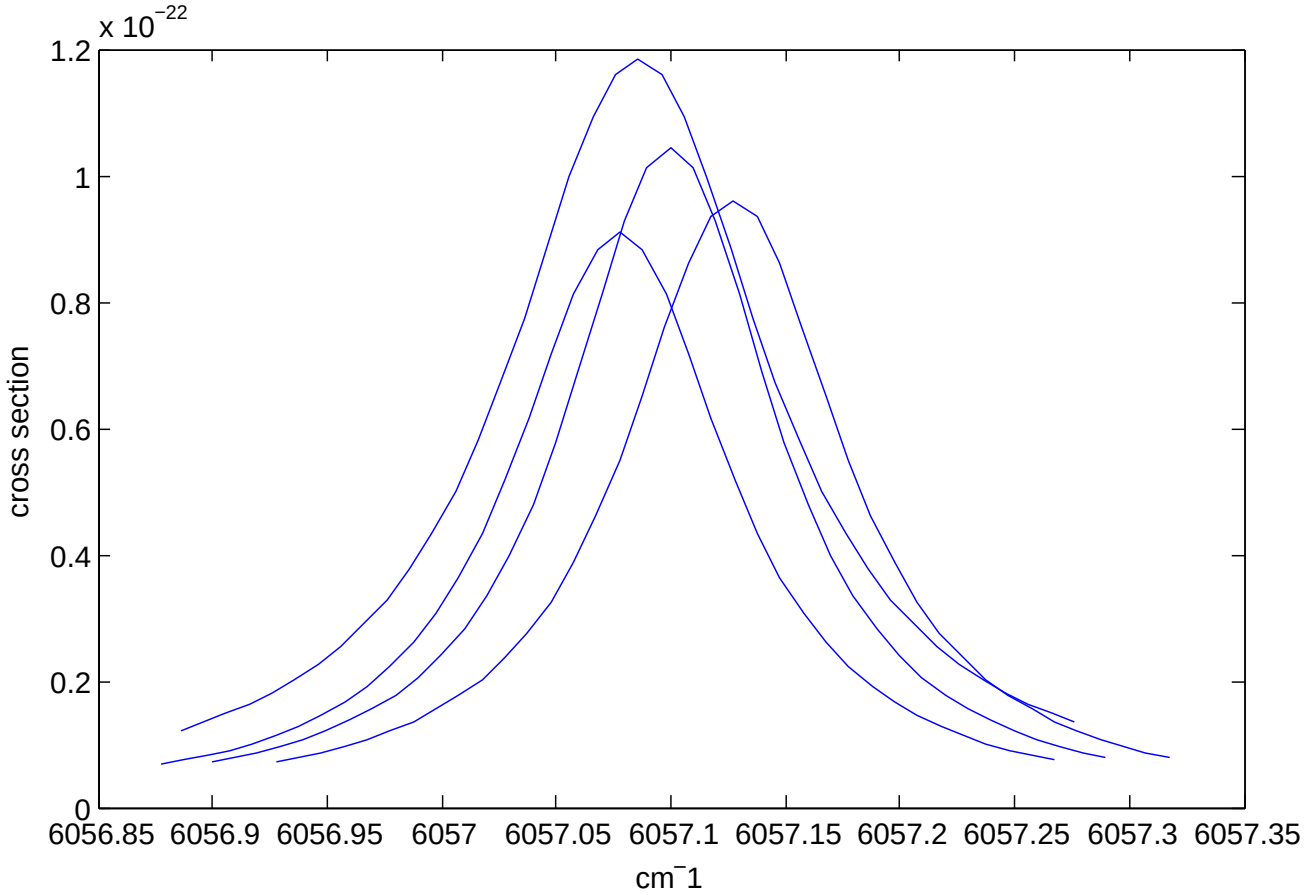
Чурбанов Д. В.

Московский физико-технический институт, лаборатория ИСПАВР

Апатиты, 2013

Сечения поглощения метана

Фойгтовские профили линий метана в окрестности частоты 6057.1 см$^{-1}$ по данным HITRAN



Математическая модель

Сечение поглащения $k_i(\nu, z) = S_i f_i(\nu - \nu_i, z)$, $\nu \in [\nu_0, \nu_1]$, $z \in [0, H]$. Фойгтовский профиль

$f_i(\nu - \nu_i, z) = \frac{y(z)}{\pi^{3/2}\alpha_D(z)} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{-t^2\}dt}{y(z)^2+(x(z)-t)^2} dt$, где $x(z) = \frac{\alpha_L(z)}{\alpha_D(z)}$,

$y(z) = \frac{\nu(z)-\nu_i}{\alpha_D(z)}$, $\alpha_D(z) = \frac{\nu_i}{c}\sqrt{\frac{2RT(z)}{\mu}}$,

$\alpha_L(z) = \alpha_i(p_0, T_0)\frac{p(z)}{p_0}\left(\frac{T_0}{T(z)}\right)^{n_i}$.

Коррекция интенсивностей линий

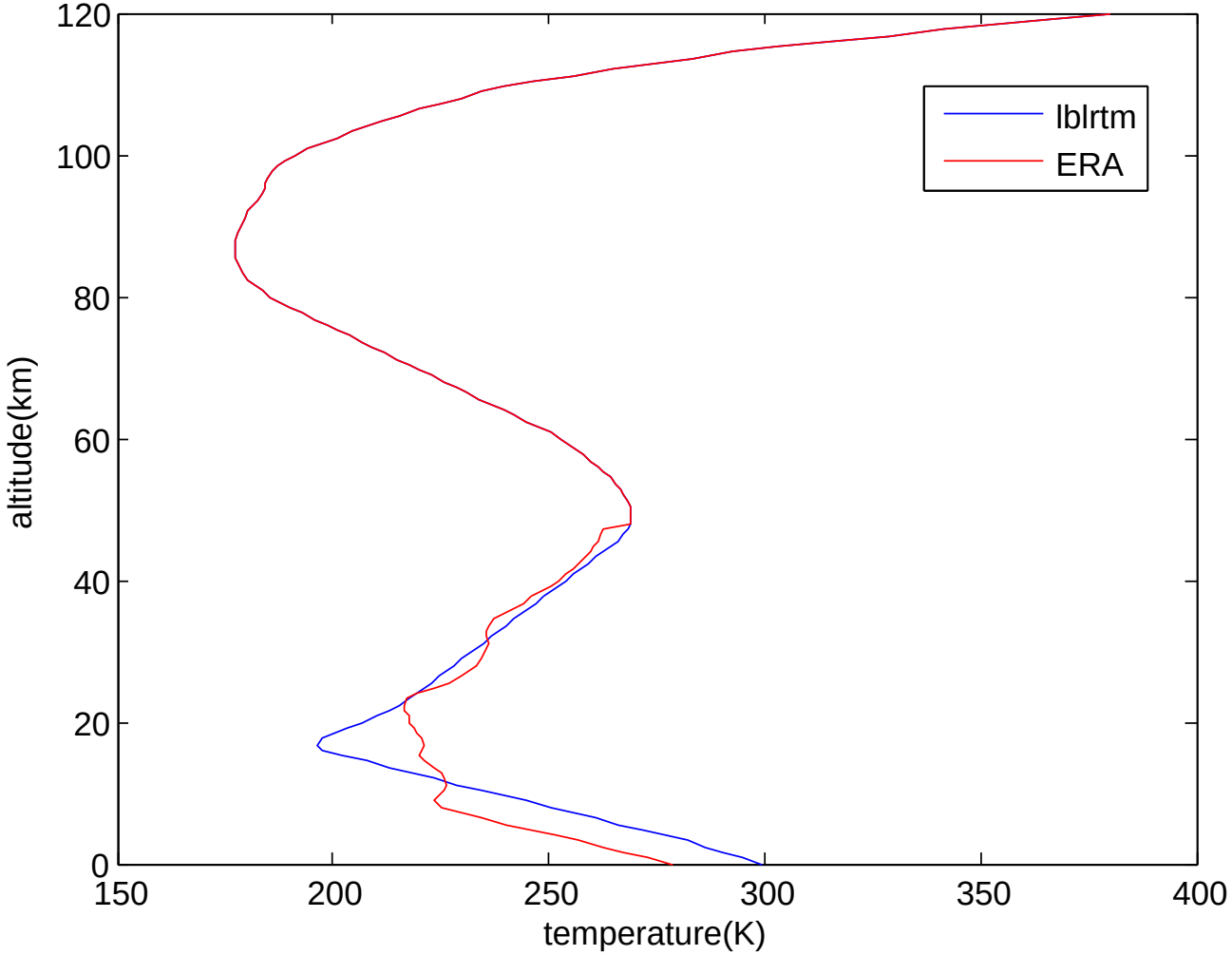
$$S_i = S_{0i}\frac{Q(T_0)}{Q(T)}\exp\{c_\gamma E_i(1/T_0 - 1/T)\}\left(\frac{(1-\exp(-c_\gamma\nu_i/T)}{(1-\exp(-c_\gamma\nu_i/T_0)}\right),$$

где $c_\gamma = hc/k$. Оптическая толщина $\tau(\nu) = \int\limits_0^H \sum\limits_i k_i(\nu, \eta)\rho(\eta)d\eta$

($H = 120$ км)

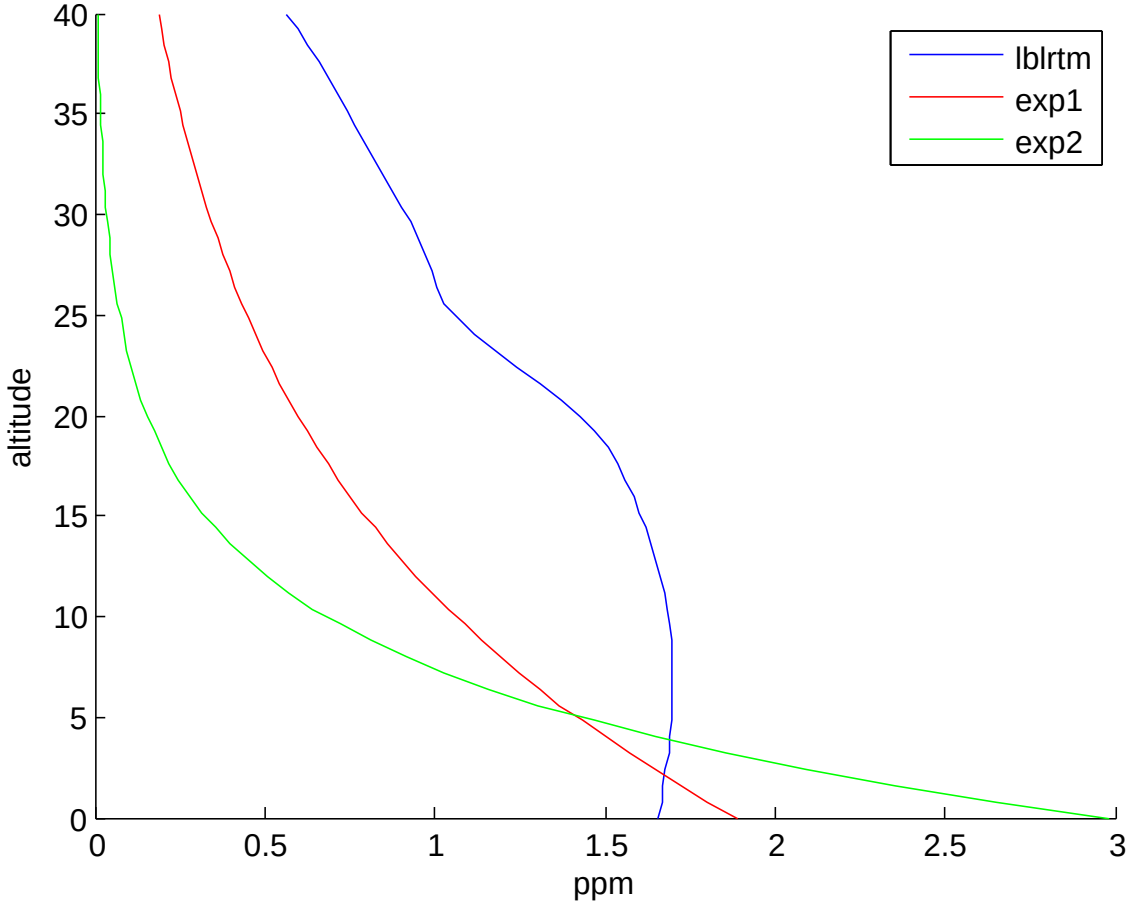
Профиль температуры

Информация о температуре взята из базы данных **ERA Interim**

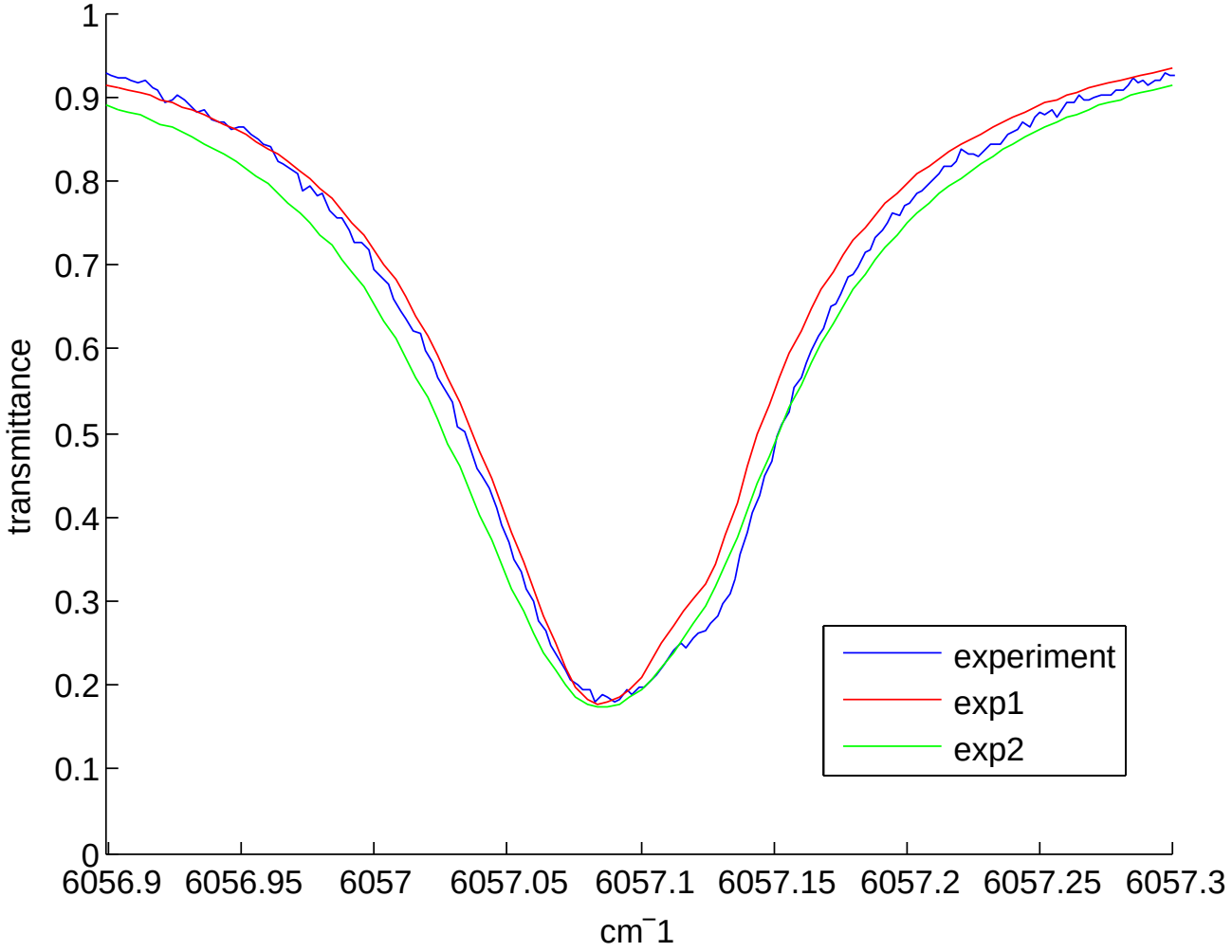


Профили давления

Предполагаемая формула концентрации метана $\rho_{CH_4}(z)/\rho_{\text{Air}}(z) = \rho_0 \exp\{-\lambda z\}$, $z \in [0, H]$ при $\rho_0 = 1.9,\ \lambda = -0.057$ или $\rho_0 = 3,\ \lambda = -0.148$.



Сравнение расчетов с экспериментом

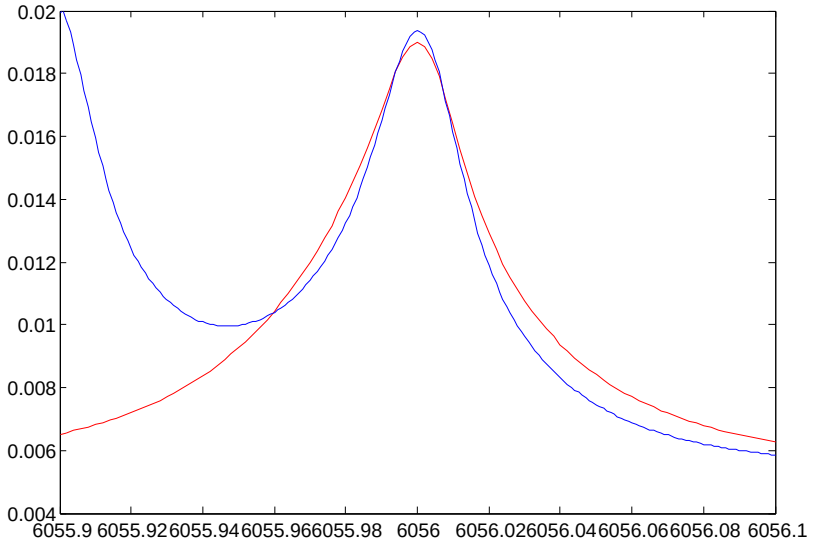


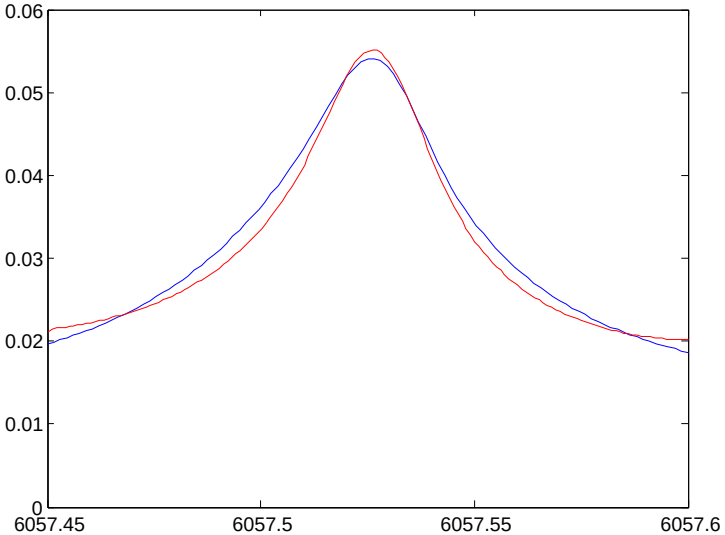
Возможные причины отличия модели от эксперимента

1. line coupling
2. более точный профиль температуры
3. погрешности континуума

Сравнение модели и lblrtm

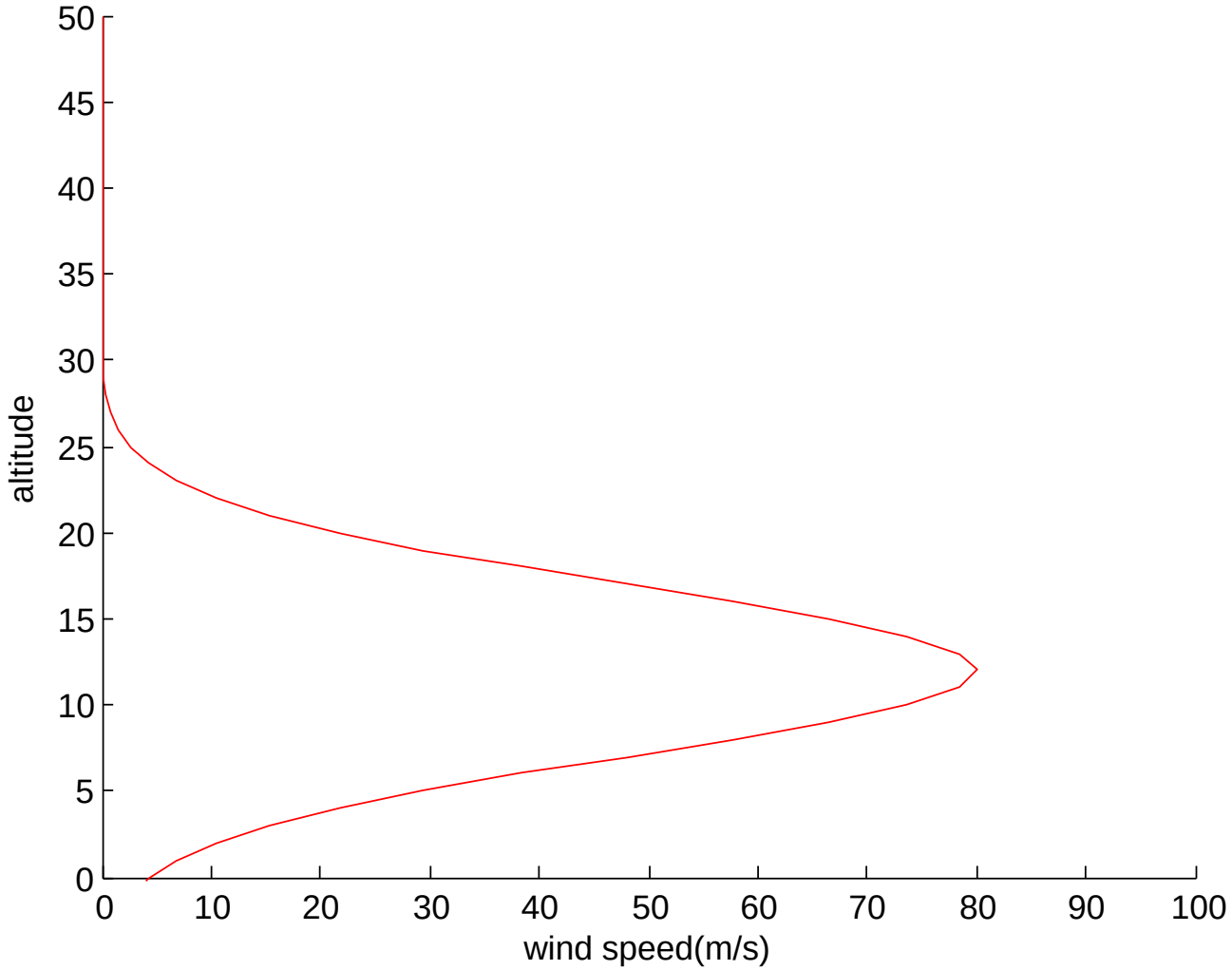
Линии метана
в районе частот 6056 и 6057.5 (синий - lblrtm, красный - модель)





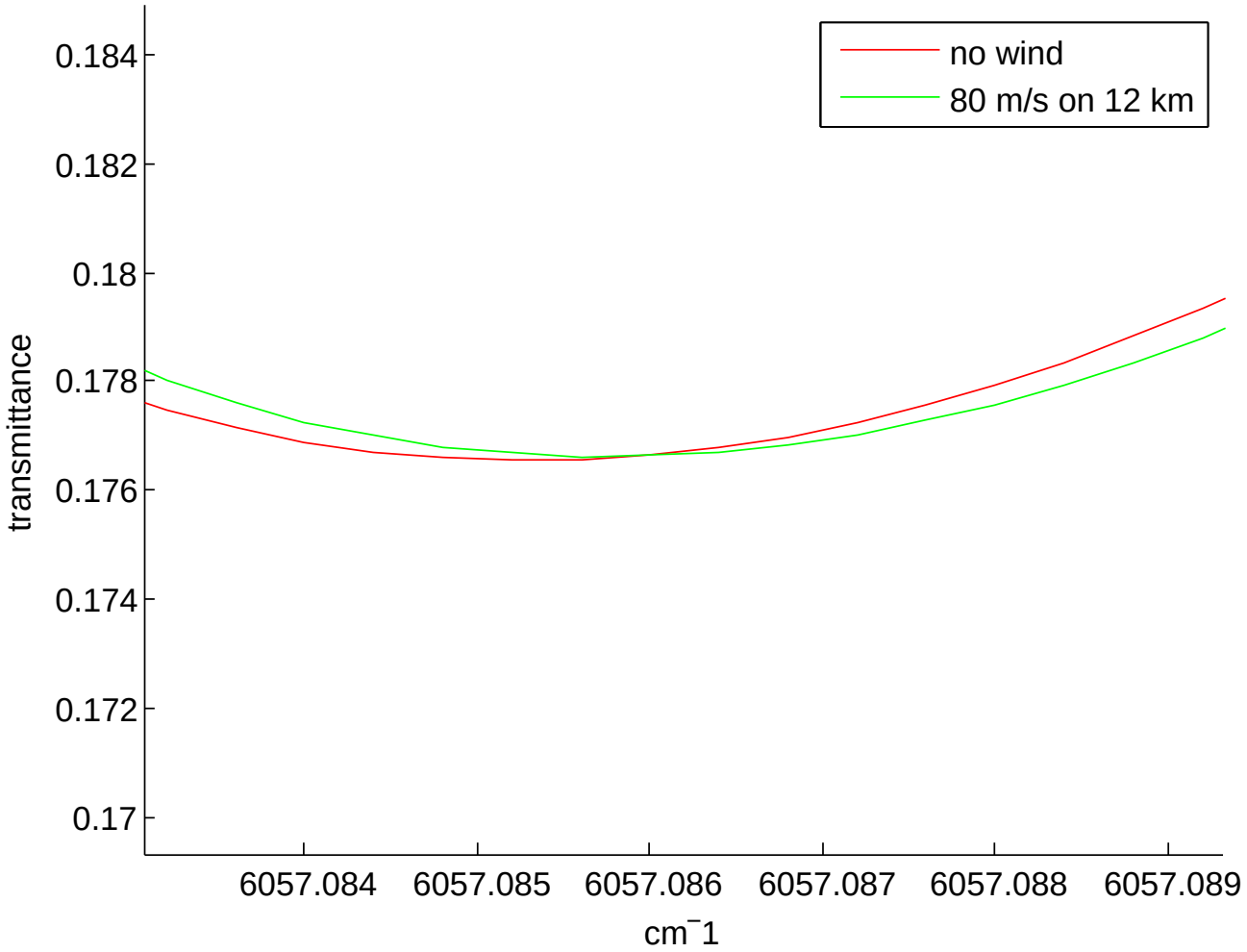
Профиль скорости ветра

Гаусово распределение с максимальной скоростью в 80 м/с на высоте 12 км.



Зависимость спектра от ветра

Для модели с нулевым ветром и с распределением представленным выще заметно смещение спектра порядка 0.001 cm^{-1}



Обратная задача об определении концентрации вещества

Требуется определить концетрацию вещества $\rho(\eta)$ на отрезке $[0, H]$ ($H = 50$). Положим $\tilde{k}(\nu, \eta) = \sum\limits_i k_i(\nu, \eta)$, имеет место уравнение

$$\tau(\nu) = \int\limits_0^H \tilde{k}(\nu, \eta)\rho(\eta)d\eta, \ \nu \in [\nu_0, \nu_1],$$

которое представляет собой уравнение Фредгольма первого рода.

Метод регуляризации Тихонова

В линейном операторном уравнении $A\rho = \tau_\delta$ ($||\tau_\delta - \bar{\tau}|| < \delta$, здесь τ_δ - точная правая часть) требуется найти функцию ρ. В качестве приближенного решения к данной задачи возьмем минимум функционала

$$M^\alpha[\rho^\alpha] = ||A\rho^\alpha - \tau_\delta||^2_{[\nu_0,\nu_1]} + \alpha\Omega[\rho^\alpha].$$

Установлено, что если $\bar{\tau}$ - точная правая часть и $\bar{\rho}$ - точное решение уравнения, так что $A\bar{\rho} = \bar{\tau}$, то при соответстующем выборе параметра регуляризации $\alpha(\delta)$, $\rho^{\alpha(\delta)} \to \bar{\rho}$ при $\tau_\delta \to \bar{\tau}$.

Нахождение минимума функционала

Линейность оператора A позволяет искать минимум функционала Тихонова непосредственно из уравнения Эйлера

$$\alpha C\rho + A^* A\rho = A^*\tau.$$

В случае, когда $\Omega[\rho] = ||\rho||^2$, $C = I$ - единичная матрица.
Далее положим $\Omega[\rho] = ||\rho'||^2_{L^2[0,H]}$

Аппроксимация задачи

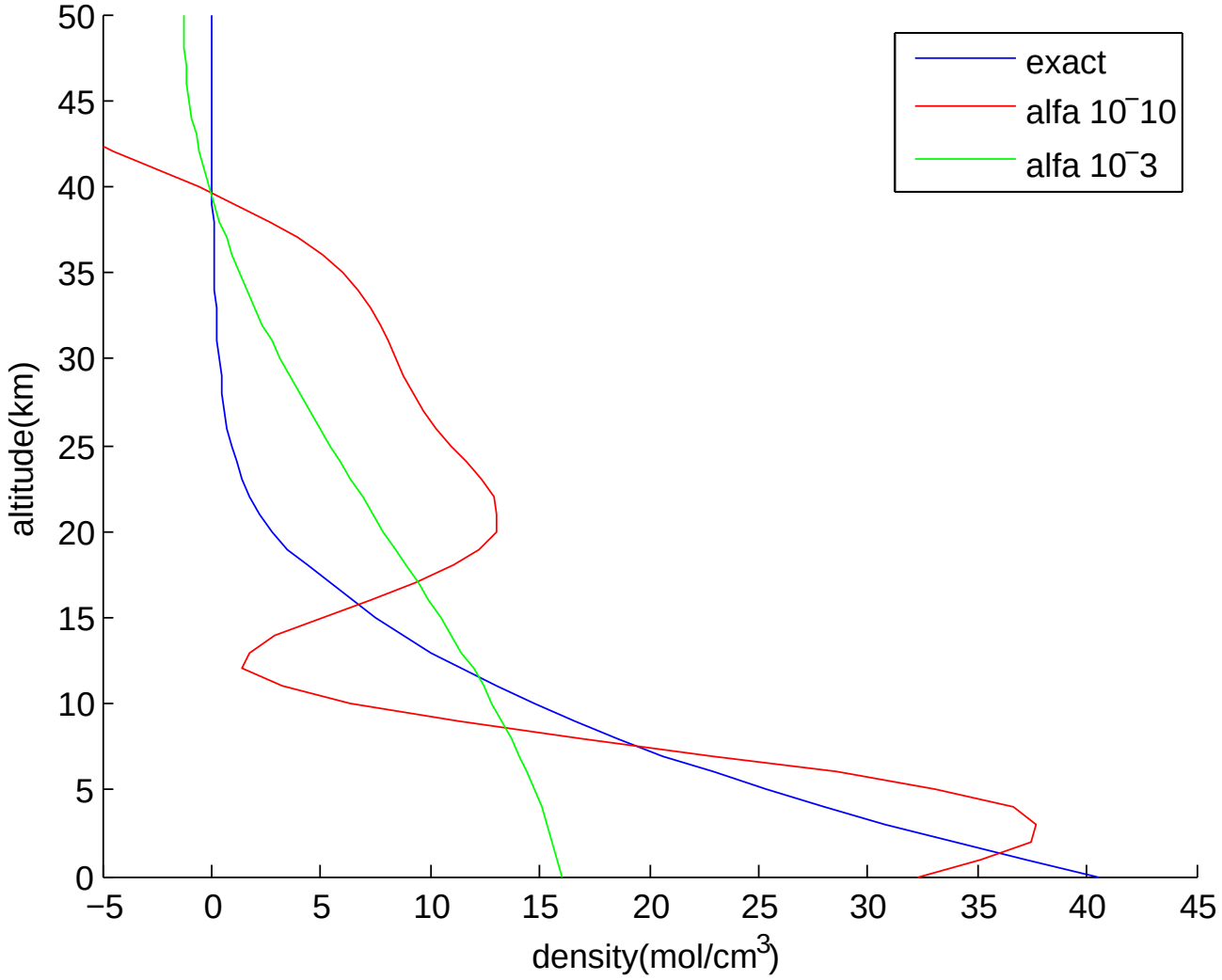
Пусть $\hat{\rho} = \{\rho_i\}$ - разностный аналог функции $\rho(\eta)$(также $\hat{\tau} = \{\tau_j\}$ аналог для функции $\tau(\nu)$), $h = \frac{H}{N}$ - шаг сетки $\hat{A}(\nu_k, \hat{\rho}) = \sum\limits_{i=0}^{N} \sigma_i \tilde{k}(\nu_k, \eta_i)\rho_i h,\ k = 0, .., M$ и $\hat{\Omega}[\hat{\rho}] = \sum\limits_{j=0}^{N-1} \frac{(\rho_{j+1}-\rho_j)^2}{h}$, тогда уравнение Эйлера примет вид

$$\sum_{j=0}^{N} \sigma_j \bar{K}_{ij} z_j h - \frac{\alpha}{h^2}[\rho_{i+2} - 2\rho_i + \rho_{i-2}] = b_i,\ i = 0, .., M,$$

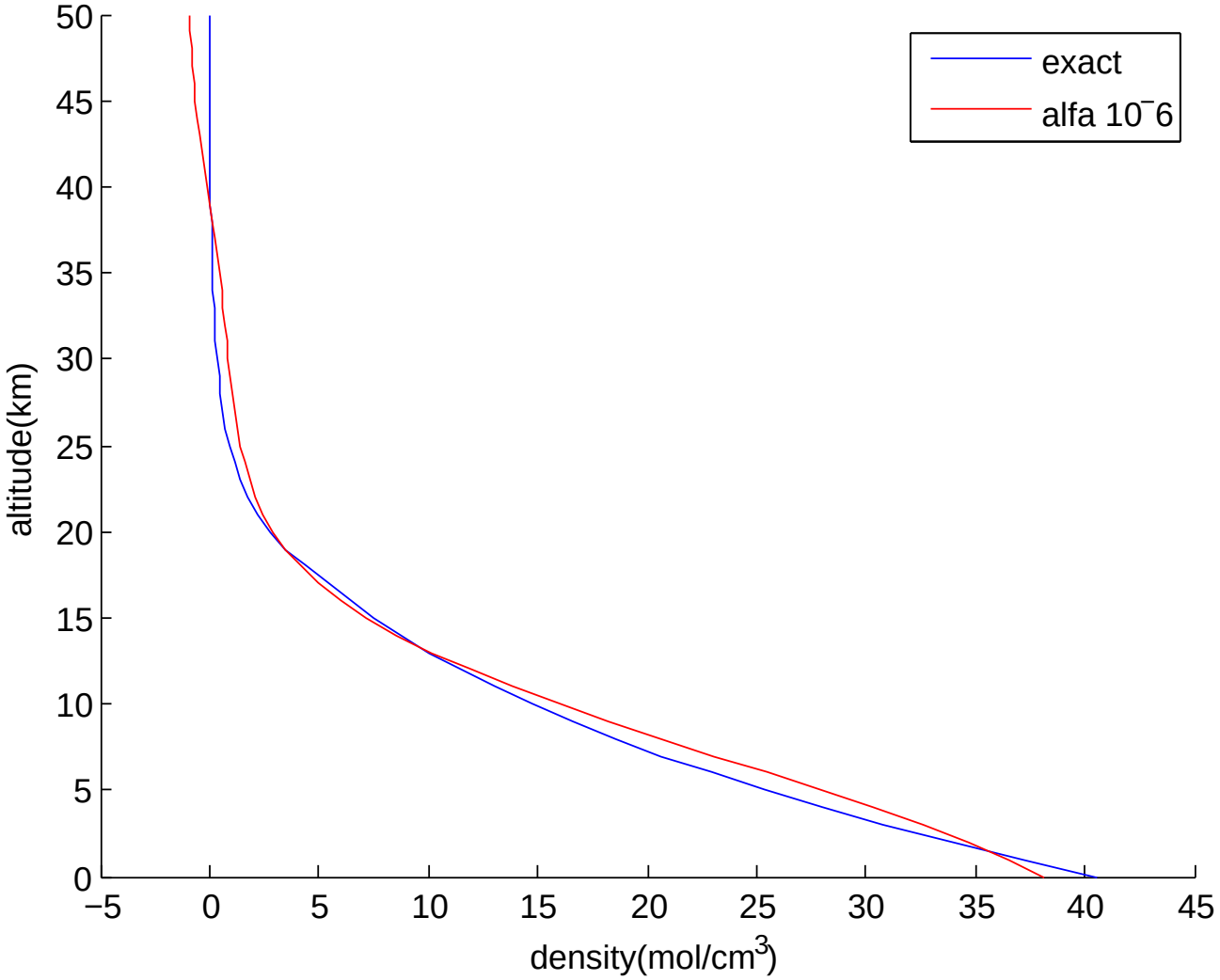
так что $\rho_{-2} = \rho_0$, $\rho_{-1} = \rho_1$, $\rho_{N-1} = \rho_{N+1}$ и $\rho_N = \rho_{N+2}$ и при $h_1 = \frac{\nu_1 - \nu_0}{M}$ $\bar{K}_{ij} = \sum\limits_{k=0}^{M} \sigma_k \tilde{k}(\nu_k, \eta_i)\tilde{k}(\nu_k, \eta_j)h_1$, $b_i = \sum\limits_{k=0}^{M} \sigma_k \tilde{k}(\nu_k, \eta_i)\tau_k h_1$. Здесь σ_k - коэффициенты формулы Симпсона.

Выбор параметра регуляризации

Иллюстрация зависимости минимума функционала Тихонова ρ^α от параметра α, отвечающего за сглаживание



Точное решение



Итоги

1. Построена модель по расчету спектров пропускания газов в атмосфере Земли
2. К данной модели применен метод регуляризации, показана возможность восстановления профилей концентрации с хорошей точностью